

© Ю.А. КЕЛЛЕР

*Томский государственный университет  
kua1102@rambler.ru*

УДК 537.874.4

**ВЛИЯНИЕ ВОЛНОВЫХ РАЗМЕРОВ ДИЭЛЕКТРИЧЕСКОГО  
ЭЛЛИПСОИДА ПРИ НАЛИЧИИ ВБЛИЗИ НЕГО ТОНКИХ  
ПРОВОДНИКОВ НА ТОЧНОСТЬ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ**

**THE INFLUENCE OF WAVE DIMENSIONS OF A DIELECTRIC  
ELLIPSOID ON THE MODELLING ACCURACY IN THE PRESENCE  
OF NEAR PLACED THIN WIRES**

*АННОТАЦИЯ. Предложен вариант метода вспомогательных источников (МВИ) для моделирования электромагнитного рассеяния на трехмерном диэлектрическом теле при наличии вблизи него тонких проводников конечной длины, расположенных произвольным образом относительно тела. Исследовано влияние волновых размеров эллипсоида на точность моделирования.*

*SUMMARY. We suggest a variant of auxiliary sources method to simulate electromagnetic scattering on a three-dimensional dielectric body in the presence of near placed thin wires of finite length. The influence of wave dimensions of a ellipsoid on the modelling accuracy is also investigated.*

*КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА. Метод вспомогательных источников, диэлектрическое тело, тонкий проводник, норма невязки граничных условий.*

*KEY WORDS. The auxiliary sources method, dielectric body, thin wire, the norm of the residual of the boundary conditions.*

На данный момент особый интерес представляет изучение рассеяния радиоволн трехмерным магнитодиэлектрическим телом при наличии вблизи него тонких проводников конечной длины. Результаты подобных исследований могут применяться при решении задач радиолокационной заметности, электромагнитной совместимости, антенных систем и др.

Наиболее распространенным средством математического моделирования является метод интегральных уравнений [1], [2]. Но вычислительные алгоритмы получаются чрезвычайно емкими по затратам компьютерной памяти, что обусловлено необходимостью вычисления большого числа интегралов.

С конца 80-х годов XX в. для математического моделирования электромагнитного рассеяния на системах взаимодействующих тел используют МВИ [3-5]. В работах [4], [5] представлены варианты этого метода для моделирования

электромагнитного рассеяния на структурах, составленных из конечного числа трехмерных идеально проводящих тел, часть из которых может быть тонкими проводниками.

В статье предложен вариант МВИ для моделирования электромагнитного рассеяния на структурах, состоящих из объемного диэлектрического тела и расположенных вблизи него тонких проводников. Приведены некоторые результаты численных расчетов, касающихся исследования влияния волновых размеров эллипсоида на точность моделирования.

**Формулировка задачи и метод ее решения.** Геометрия задачи показана на рис. 1. Рассматривается стационарная задача рассеяния электромагнитного поля  $\{\vec{E}_0, \vec{H}_0\}$  на структуре, состоящей из объемного диэлектрического тела  $D_i$ , ограниченного поверхностью  $S$ , с диэлектрической  $\epsilon_i$  и магнитной  $\mu_i$  проницаемостями и  $U$  тонких проводников, ограниченных поверхностями  $S_u$  ( $u = 1, 2, \dots, U$ ) и расположенных произвольным образом по отношению к телу. Под объемным телом будем понимать тело, максимальный и минимальный поперечный размеры которого сравнимы между собой, а под тонким проводником — идеальный проводник круглого сечения, диаметр которого конечен, но мал по сравнению с длиной проводника и длиной волны. Структура размещена в однородной безграничной среде  $D_e$  с диэлектрической и магнитной проницаемостями  $\epsilon_e, \mu_e$  в декартовой системе координат с центром внутри тела. Требуется найти рассеянное поле  $\{\vec{E}_e, \vec{H}_e\}$ .

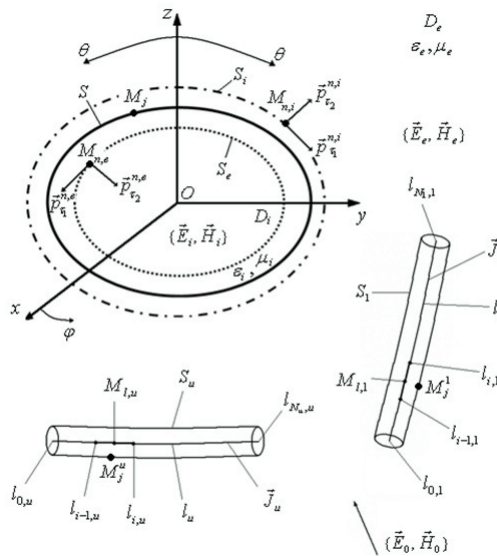


Рис. 1. Геометрия задачи

Математическая постановка задачи имеет следующий вид:

$$\begin{aligned} \nabla \times \vec{E}_e = i\omega\mu_e \vec{H}_e \Big|_{D_e}, & \quad \nabla \times \vec{E}_i = i\omega\mu_i \vec{H}_i \Big|_{D_i}, \\ \nabla \times \vec{H}_e = -i\omega\epsilon_e \vec{E}_e \Big|_{D_e}, & \quad \nabla \times \vec{H}_i = -i\omega\epsilon_i \vec{E}_i \Big|_{D_i}, \end{aligned} \quad (1)$$

$$\vec{n} \times (\vec{E}_i - \vec{E}_e) = \vec{n} \times \vec{E}_0 \Big|_S, \vec{n}_u \times \vec{E}_e = -\vec{n}_u \times \vec{E}_0 \text{ на } S'_u, u = 1, 2, \dots, U, \quad (2)$$

$$\{\sqrt{\varepsilon_e} \vec{E}_e; \sqrt{\mu_e} \vec{H}_e\} \times \vec{R} / R + \{\sqrt{\mu_e} \vec{H}_e; -\sqrt{\varepsilon_e} \vec{E}_e\} = O(R^{-1}), R \rightarrow \infty, \quad (3)$$

где  $\vec{E}_e, \vec{H}_e$  и  $\vec{E}_i, \vec{H}_i$  — поля в областях  $D_e$  и  $D_i$ ,  $\vec{n}$  — единичный вектор нормали к поверхности  $S$ ,  $\vec{n}_u$  ( $u = 1, 2, \dots, U$ ) — единичные векторы нормалей к поверхностям  $S'_u$  тонких проводников,  $R = (x^2 + y^2 + z^2)^{1/2}$ ,  $\vec{a} \times \vec{b}$  — векторное произведение.

Модель рассеянного поля строится так: введем (рис. 1) две вспомогательные поверхности  $S_i$  и  $S_e$ , подобные поверхности  $S$  в смысле гомотетии с центром в точке  $O$ , расположенной внутри тела и являющейся началом системы координат. Если поверхность  $S$  является центральной, то центр гомотетии выбираем так, чтобы он совпадал с центром поверхности. Поверхность  $S_e = K_e S$  расположена внутри диэлектрического тела и характеризуется коэффициентом подобия  $K_e$ , меньшим единицы, поверхность  $S_i = K_i S$  расположена вне тела и характеризуется коэффициентом подобия  $K_i$ , большим единицы.

Выберем на внутренней вспомогательной поверхности  $S_e$  конечную совокупность точек  $\{M_{n,e}\}_{n=1}^{N_e}$ , в каждой из которых разместим пару независимых элементарных электрических диполей с моментами  $\vec{p}_{t_1}^{n,e} = p_{t_1}^{n,e} \vec{e}_{t_1}^{n,e}$  и  $\vec{p}_{t_2}^{n,e} = p_{t_2}^{n,e} \vec{e}_{t_2}^{n,e}$ , а на внешней вспомогательной поверхности  $S_i$  — конечную совокупность точек  $\{M_{n,i}\}_{n=1}^{N_i}$ , в каждой из которых разместим пару независимых вспомогательных электрических диполей с моментами  $\vec{p}_{t_1}^{n,i} = p_{t_1}^{n,i} \vec{e}_{t_1}^{n,i}$  и  $\vec{p}_{t_2}^{n,i} = p_{t_2}^{n,i} \vec{e}_{t_2}^{n,i}$ . Единичные векторы  $\vec{e}_{t_1}^{n,e}, \vec{e}_{t_2}^{n,e}$  выбраны в плоскости, касательной к  $S_e$  в точке  $M_{n,e}$ , а единичные векторы  $\vec{e}_{t_1}^{n,i}, \vec{e}_{t_2}^{n,i}$  — в плоскости, касательной к  $S_i$  в точке  $M_{n,i}$ . Внутри каждого из тонких проводников на оси разместим непрерывно распределенный вспомогательный ток.

Представим неизвестное поле  $\{\vec{E}_e, \vec{H}_e\}$  в  $D_e$  в виде суммы полей вспомогательных диполей, расположенных на  $S_e$ , и вспомогательных токов:

$$\begin{aligned} \vec{E}_e(M) &= \frac{i\omega}{k_e^2} \left\{ \sum_{n=1}^{N_e} \nabla \times (\nabla \times \vec{\Pi}_{n,e}) + \sum_{u=1}^U \nabla \times (\nabla \times \vec{\Pi}_u) \right\}, \\ \vec{H}_e(M) &= \frac{1}{\mu_e} \left\{ \sum_{n=1}^{N_e} \nabla \times \vec{\Pi}_{n,e} + \sum_{u=1}^U \nabla \times \vec{\Pi}_u \right\}, \end{aligned} \quad (4)$$

$$\vec{\Pi}_{n,e} = \Psi_e(M, M_{n,e}) \vec{p}_{\tau}^{n,e}, \vec{p}_{\tau}^{n,e} = p_{\tau_1}^{n,e} \vec{e}_{\tau_1}^{n,e} + p_{\tau_2}^{n,e} \vec{e}_{\tau_2}^{n,e},$$

$$\vec{\Pi}_u = \int_{l_u} \Psi_e(M, M_{l,u}) \vec{J}_u dl, M \in D_e,$$

а поле  $\vec{E}_i, \vec{H}_i$  в  $D_i$  — в виде суммы полей вспомогательных диполей, расположенных на  $S_i$ :

$$\begin{aligned} \vec{E}_i(M) &= \frac{i\omega}{k_i^2} \sum_{n=1}^{N_i} \nabla \times (\nabla \times \vec{\Pi}_{n,i}), \quad \vec{H}_i(M) = \frac{1}{\mu_i} \sum_{n=1}^{N_i} \nabla \times \vec{\Pi}_{n,i}, \\ \vec{\Pi}_{n,i} &= \Psi_i(M, M_{n,i}) \vec{p}_\tau^{n,i}, \\ \vec{p}_\tau^{n,i} &= p_{\tau_1}^{n,i} \vec{e}_{\tau_1}^{n,i} + p_{\tau_2}^{n,i} \vec{e}_{\tau_2}^{n,i}, \quad M \in D_i. \end{aligned} \quad (5)$$

В (4), (5)  $\Psi_e(M, M_{n,e}) = \exp(ik_e R_{MM_{n,e}}) / 4\pi R_{MM_{n,e}}$ ;

$$\Psi_i(M, M_{n,i}) = \exp(ik_i R_{MM_{n,i}}) / 4\pi R_{MM_{n,i}}; \quad \Psi_e(M, M_{n,e}) = \exp(ik_e R_{MM_{n,e}}) / 4\pi R_{MM_{n,e}};$$

$k_{e,i} = \omega \sqrt{\varepsilon_{e,i} \mu_{e,i}}$ ;  $R_{MM_{n,e}}$  и  $R_{MM_{n,i}}$  — расстояния от точки  $M_{n,e}$  на  $S_e$  и точки  $M_{n,i}$  на оси проводника с номером  $u$  до точки  $M$  в  $D_e$ ;  $R_{MM_{n,i}}$  — расстояние от точки  $M_{n,i}$  на  $S_i$  до точки  $M$  в  $D_i$ ;  $p_{\tau_1}^{n,e}$ ,  $p_{\tau_2}^{n,e}$  ( $n = 1, 2, \dots, N_e$ ) и  $p_{\tau_1}^{n,i}$ ,  $p_{\tau_2}^{n,i}$  ( $n = 1, 2, \dots, N_i$ ) — неизвестные дипольные моменты;  $N_e$  и  $N_i$  — числа точек размещения диполей на  $S_e$  и  $S_i$ ;  $\vec{J}_u$  ( $u = 1, 2, \dots, U$ ) — неизвестные осевые вспомогательные токи.

Представления (4), (5) удовлетворяют соотношениям (1) и (3). Для удовлетворения граничным условиям (2) необходимо соответствующим образом выбрать значения дипольных моментов  $p_{\tau_1}^{n,e}$ ,  $p_{\tau_2}^{n,e}$  и  $p_{\tau_1}^{n,i}$ ,  $p_{\tau_2}^{n,i}$  и распределения осевых токов  $\vec{J}_u$ . Введем кусочно-постоянную аппроксимацию  $\vec{J}_u$ . Разобьем линию  $l_u$  каждого тока  $\vec{J}_u$  на  $N_u$  малых участков, в пределах каждого из которых ток можно считать постоянным. Тогда выражение для  $\vec{\Pi}_u$  в (4) примет вид:

$$\vec{\Pi}_u = \sum_{i=1}^{N_u} J_{u,i} \vec{e}_{u,i} \int_{l_{i-1,u}}^{l_{i,u}} \Psi_e(M, M_{l,u}) dl, \quad (6)$$

где  $J_{u,i}$  — величина тока на  $i$ -м участке проводника с номером  $u$ ;  $\vec{e}_{u,i}$  — единичный вектор.

Для определения величин дипольных моментов и элементов тока используем соотношение (2), удовлетворяя им в соответствии с методом коллокаций. Пусть  $M_j$  ( $j = 1, 2, \dots, L$ ) — точки коллокации на поверхности  $S$ , а  $M'_j$  ( $j = 1, 2, \dots, L_u$ ) — точки коллокации на поверхности проводников  $S'_u$ ;  $L$  — число точек коллокации на  $S$ , а  $L_u$  — число точек коллокации на  $S'_u$ . Так как диаметр проводника мал по сравнению с длиной проводника и длиной волны, то вкладом в рассеянное поле азимутальных составляющих токов на поверхностях тонких проводников можно пренебречь. Тогда для нахождения неизвестных  $p_{\tau_1}^{n,e}$ ,  $p_{\tau_2}^{n,e}$  ( $n = 1, 2, \dots, N_e$ ),  $p_{\tau_1}^{n,i}$ ,  $p_{\tau_2}^{n,i}$  ( $n = 1, 2, \dots, N_i$ ), и  $J_{u,i}$  ( $u = 1, 2, \dots, U$ ,  $i = 1, 2, \dots, N_u$ ) получим следующую СЛАУ:

$$\begin{aligned} \vec{n}^j \times (\vec{E}_i^j - \vec{E}_e^j) &= \vec{n}^j \times \vec{E}_0^j, \quad \vec{n}^j \times (\vec{H}_i^j - \vec{H}_e^j) = \vec{n}^j \times \vec{H}_0^j, \quad j = 1, 2, \dots, L, \\ E_{e,u,l}^j &= -E_{0,u,l}^j, \quad u = 1, 2, \dots, U, \quad j = 1, 2, \dots, L_u, \end{aligned} \quad (7)$$

где  $\vec{n}^j$  — значение единичного вектора нормали в точке  $M_j$  на  $S$ ;  $\vec{E}_e^j, \vec{H}_e^j$  и  $\vec{E}_i^j, \vec{H}_i^j$  — значения компонент внешнего и внутреннего полей в точке  $M_j$ ;  $\vec{E}_0^j, \vec{H}_0^j$  — значения компонент возбуждающего поля в этой же точке;  $E_{e,u,l}^j$  и  $E_{0,u,l}^j$  — значения составляющих рассеянного и возбуждающего полей вдоль оси проводника с номером  $u$  в точках коллокации на его поверхности.

Решение системы (7) определяется путем минимизации функционала

$$\Phi = \sum_{j=1}^L \{ |\vec{n}^j \times (\vec{E}_i^j - \vec{E}_e^j) - \vec{n}^j \times \vec{E}_0^j|^2 + \frac{\mu_e}{\epsilon_e} |\vec{n}^j \times (\vec{H}_i^j - \vec{H}_e^j) - \vec{n}^j \times \vec{H}_0^j|^2 \} + \sum_{u=1}^U \sum_{j=1}^{L_u} |E_{e,u,l}^j + E_{0,u,l}^j|^2. \quad (8)$$

После решения задачи минимизации необходимые характеристики рассеянного поля определяются из (4).

Контроль точности модели (4), (5) осуществляется путем вычисления относительного значения функционала (8) на промежуточных точках по отношению к точкам коллокации, выбираемых как на поверхности  $S$ , так и на поверхностях  $S'_u$  всех проводников, входящих в структуру:

$$\Delta = (\Phi' / \Phi_0)^{1/2}, \quad \Phi_0 = \sum_{j=1}^L \{ |\vec{n}^j \times \vec{E}_0^j|^2 + \frac{\mu_e}{\epsilon_e} |\vec{n}^j \times \vec{H}_0^j|^2 \} + \sum_{u=1}^U \sum_{j=1}^{L_u} |E_{0,u,l}^j|^2, \quad (9)$$

где  $\Phi'$  — значение функционала (8) на указанной выше совокупности точек;  $\Phi_0$  — значение соответствующей нормы падающего поля на этой же совокупности точек;  $L'$  — число промежуточных точек на поверхности диэлектрического тела;  $L'_u$  — число промежуточных точек на поверхности проводника с номером  $u$ .

**Численные результаты.** На основании изложенной выше модели создана программа для расчета компонент рассеянного поля и контроля точности полученного решения. Целью исследований является выяснение зависимости нормы невязки граничных условий от геометрических размеров эллипсоида при фиксированных параметрах метода и длине проводника.

Исследования были проведены для структуры, представленной на рис. 2.

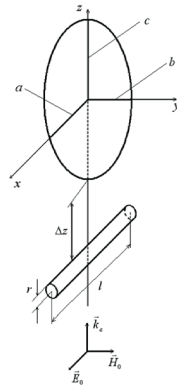


Рис. 2. Структура, состоящая из эллипсоида и тонкого проводника, расположенного на расстоянии  $\Delta z$  со стороны падающей волны.

Структура состоит из эллипсоида с полуосями  $a$ ,  $b$  и  $c$  и одного проводника длиной  $l$  и радиуса  $r$ . Центр декартовой системы координат расположен в центре эллипсоида, полуоси  $a$ ,  $b$  и  $c$  ориентированы вдоль осей  $x$ ,  $y$  и  $z$  соответственно. Проводник ориентирован вдоль оси  $x$  и расположен на расстоянии  $\Delta z$  от эллипсоида симметрично относительно оси  $z$  со стороны падения плоской волны, распространяющейся вдоль  $z$ ; вектор  $\vec{E}_0$  волны ориентирован вдоль  $x$ .

Эллипсоид характеризуется электродинамическими параметрами  $\varepsilon_i/\varepsilon_e = 8$ ,  $\mu_i/\mu_e = 1$ , длина проводника  $l$  равна  $0.9\lambda$ , радиус проводника  $r$  равен  $0.02\lambda$ . Оси эллипсоида соотносятся так:  $k_e a : k_e b : k_e c = 3 : 2 : 1$ . Параметры метода:  $K_e = 0.6$ ,  $K_i = 4$ ,  $N_e = N_i = 484$ ,  $L = 968$ ,  $N_u = 35$ ,  $L = 140$ .

Изменение геометрических размеров эллипсоида осуществлялось изменением длины наименьшей полуоси  $k_e c$ , при этом соотношения между полуосями сохранялись неизменными, т.е.  $k_e a = 3k_e c$ ,  $k_e b = 2k_e c$ . Неизменным также сохранялось расстояние  $\Delta z$  от эллипсоида до проводника. Начальная длина полуоси  $k_e c$  была задана равной  $0.5$ . Далее длина полуоси  $k_e c$  пошагово увеличивалась на  $0.3$ , и на каждом шаге вычислялось значение нормы невязки и относительное значение функционала  $\Phi_n / \Phi_0$ , где  $\Phi_n$  — значение функционала (8) на  $n$ -ом шаге итерационного процесса.

Полученные результаты представлены на рис. 3. На этом рисунке приведена зависимость нормы невязки от геометрических размеров эллипсоида. По оси абсцисс отложен волновой размер полуоси  $k_e c$ , а по оси ординат — соответствующее значение нормы невязки.

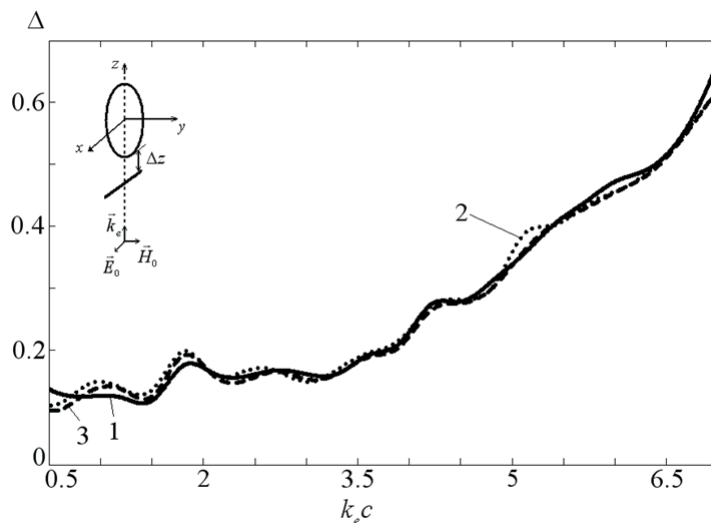


Рис. 3. Зависимость нормы невязки от геометрических размеров эллипсоида для структуры из эллипсоида и проводника. 1 — эллипсоид и проводник,  $\Delta z = 0.05\lambda$ ; 2 — эллипсоид и проводник,  $\Delta z = 0.1\lambda$ ; 3 — одиночный эллипсоид

Приведенные результаты показывают, что при увеличении волновых размеров эллипсоида происходит постепенное увеличение нормы невязки граничных условий. Это увеличение можно объяснить тем, что при фиксированном числе точек коллокации и точек размещения диполей с увеличением волновых

размеров эллипсоида увеличивается расстояние между точками коллокации. Немонотонный характер поведения кривой объясняется тем, что скорость сходимости итерационного процесса зависит от волновых размеров эллипсоида. Для доказательства этого факта была исследована скорость сходимости итерационного процесса в области немонотонного поведения невязки, а именно при значениях  $k_e c = 1.5$ ,  $k_e c = 1.8$  и  $k_e c = 2.1$  для рассматриваемой структуры. Как следует из рис. 3, в рассматриваемой области кривых при  $k_e c = 1.5$  и  $k_e c = 2.1$  значения невязки минимальны, а при  $k_e c = 1.8$  максимальны. Результаты исследований представлены на рис. 4, где по оси абсцисс отложен номер итерации  $n$ , а по оси ординат — логарифм относительного значения минимизируемого функционала. Кривая 1 относится к случаю, когда  $k_e c = 1.5$ , кривая 2 — к случаю, когда  $k_e c = 1.8$  и кривая 3 — к случаю, когда  $k_e c = 2.1$ .

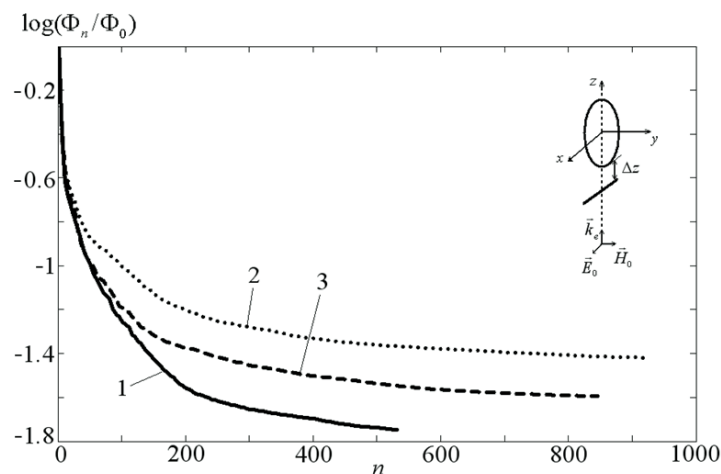


Рис. 4. Скорость сходимости итерационного процесса при различных волновых размерах эллипсоида для структуры из эллипсоида и проводника,  $\Delta z = 0.05\lambda$ .

Кривая 1 —  $k_e c = 1.5$ ; 2 —  $k_e c = 1.8$ ; 3 —  $k_e c = 2.1$

Как видно из рис. 4, в области максимума нормы невязки (в случае  $k_e c = 1.8$ ) наблюдается заметное уменьшение скорости сходимости итерационного процесса. Из-за этого итерационный процесс останавливается при больших значениях минимизируемого функционала, что сопровождается возрастанием нормы невязки. В области минимальных значений нормы невязки (в случаях  $k_e c = 1.5$  и  $k_e c = 2.1$ ) наблюдается увеличение скорости сходимости итерационного процесса. В силу этого немонотонное поведение нормы невязки обусловлено зависимостью скорости сходимости итерационного процесса от волновых размеров диэлектрического тела.

Таким образом, на основе МВИ получено решение задачи рассеяния электромагнитных волн на трехмерном магнитоэлектрическом теле при наличии вблизи него тонкого проводника, расположенного со стороны падения возбуждающего поля. Построенный алгоритм реализован в виде компьютерной программы для расчета характеристик рассеяния структур, отличающихся взаимным расположением входящих в них тел. Исследовано влияние волновых размеров диэлектрического тела на точность решения задачи и сходимость итерационного

процесса при фиксированных параметрах метода и длине проводника. Установлено, что при этих условиях наблюдается постепенное возрастание нормы невязки граничных условий. Однако это возрастание имеет немонотонный характер. Это объясняется тем, что скорость сходимости итерационного процесса зависит от волновых размеров эллипсоида.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Дмитриев В.И., Захаров Е.В. Интегральные уравнения в краевых задачах электродинамики. М.: МГУ, 1987. 165 с.
2. Колтон Д., Кресс Р. Методы интегральных уравнений в теории рассеяния. М.: Мир, 1987. 311 с.
3. Еремин Ю.А., Орлов Н.В. Анализ рассеяния волн на нескольких магнитоэлектрических телах методом дискретных источников // Радиотехника и электроника. 1994. Т. 39. № 5. С. 740-748.
4. Дмитренко А.Г., Колчин В.А. Численный метод анализа электромагнитного рассеяния структурами из конечного числа трехмерных идеально проводящих тел // Радиотехника и электроника. 2001. Т. 46. № 3. С. 277-282.
5. Дмитренко А.Г., Колчин В.А. Численный метод исследования электромагнитного рассеяния структурами, содержащими тонкие проводники // Радиотехника и электроника. 2003. Т. 48. № 5. С. 545-551.

#### REFERENCES

1. Dmitriev, V.I., Zakharov, E.V. *Integral'nye uravneniia v kraevykh zadachakh elektrodinamiki* [Integral equations in the boundary value problems of electrodynamics]. Moscow, 1987. 165 p. (in Russian).
2. Kolton, D., Kress, R. *Metody integral'nykh uravnenii v teorii rasseianiia* [Integral equation methods in scattering theory]. Moscow, 1987. 311 p. (in Russian).
3. Eremin, Yu.A., Orlov, N.V. Analysis of electromagnetic scattering by several magneto dielectric bodies by the discrete elements method. *Radiotekhnika i elektronika — Radio and Electronic Engineering*. 1994. № 39 (5). Pp. 740-748. (in Russian).
4. Dmitrenko, A. G., Kolchin, V.A. (2001) Numerical method for the analysis of electromagnetic scattering by structures consisting of a finite number of three-dimensional perfectly conducting bodies. *Radiotekhnika i elektronika — Radio and Electronic Engineering*. 2001. V. 46. № 3. Pp. 277-282. (in Russian).
5. Dmitrenko, A.G., Kolchin, V.A. Numerical Method for investigating electromagnetic scattering by structures containing thin conductors. *Radiotekhnika i elektronika — Radio and Electronic Engineering*. 2003. V. 48. № 5. Pp. 545-551. (in Russian).

#### Автор публикации

**Келлер Юрий Александрович** — доцент кафедры исследования операций Томского государственного университета, кандидат физико-математических наук

#### Author of the publication

**Yuriy A. Keller** — Cand. Sci. (Phys.-Math.), Associate Professor, Department of Operations Research, Tomsk State University